

المحاكمة الثالثة -

وهذا البيان له مجموعة الرؤوس

$$V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$$

ومجموعة الأضلاع

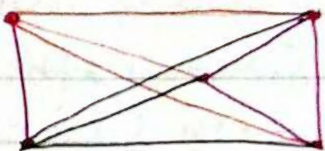
$$E(G) = E(G_1) \cup E(G_2) \cup \{uv \mid u \in V(G_1) \text{ and } v \in V(G_2)\}$$



مثال

مجموعة الرؤوس هي

مجموعة الأضلاع هي



$G_1 + G_2$

جميع الأضلاع بين

لكن لدينا بيان G_1 ، G_2 حيث أن

$$V(G_1) = V(G_2)$$

$$E(G_1) \cap E(G_2) = \emptyset$$

عندئذ اجتماع بيان G_1 و G_2 بالتحرك

$$G = G_1 + G_2$$

له مجموعة الرؤوس:

العمليات على البيان: graph

لكن لدينا $G_1(4,4)$ ، $G_2(4,4)$ بيانين

تقول عن البيانين G_1 ، G_2 أنهما متفصلين

$$V(G_1) \cap V(G_2) = \emptyset$$

أي لا يوجد بينهما رؤوس مشتركة.

وتقول عن البيانين G_1 ، G_2 أنهما متفصلين

بالنسبة للأضلاع إذا كان

$$E(G_1) \cap E(G_2) = \emptyset$$

الاتحاد بيانين:

لكن G_1 ، G_2 بيانين تقول عن البيان G أنه

اتحاد للبيانين G_1 ، G_2 وذلك كتب $G = G_1 \cup G_2$

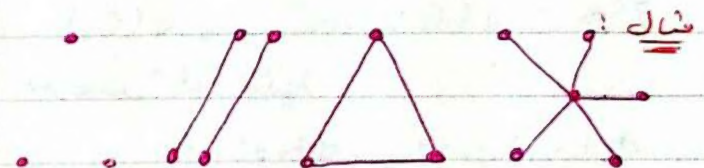
هذا البيان له مجموعتين الرؤوس

$$V(G) = V(G_1) \cup V(G_2)$$

أي تحمل الرؤوس مشتركة من البنية المشتركة بين البيانين

ومجموعته الأضلاع

$$E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$$



$3K_1$

$2K_2$

K_3

$K(1,5)$

$$G = 3K_1 \cup 2K_2 \cup K_3 \cup K(1,5)$$

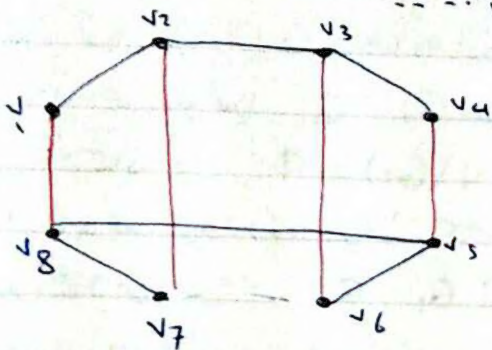
رابط بيانين:

لكن G_1 ، G_2 بيانين نعرف عملية ربط البيانين

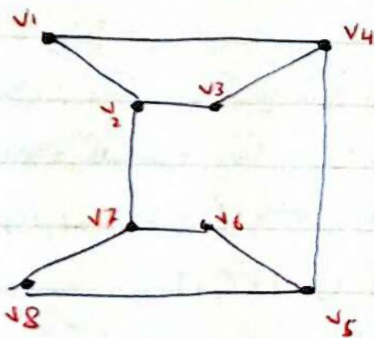
G_1 ، G_2 بالهسته

$$G = G_1 + G_2$$

مثال ١: لنفترض، ببساطة



G_1



G_2

لتقابل

$$\Phi: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$$

يعرف بالتحويل التالي:

$$\Phi(v_1) = v_1, \Phi(v_2) = v_4$$

$$\Phi(v_3) = v_5, \Phi(v_4) = v_6, \Phi(v_5) = v_7$$

$$\Phi(v_6) = v_8, \Phi(v_7) = v_3, \Phi(v_8) = v_2$$

يلاحظ على التحويل

$$e = v_1 v_2 \in E(G_1) \text{ فهو ضلع في } G_1$$

\Rightarrow

$$\Phi(v_1) \Phi(v_2) = v_1 v_4 \in E(G_2)$$

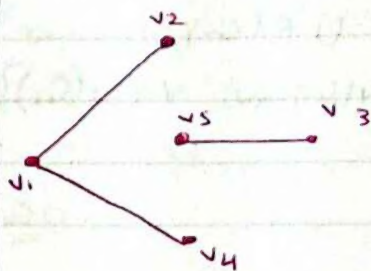
$$e = v_2 v_3 \in E(G_1) \Rightarrow \Phi(v_2) \Phi(v_3) =$$

$$v_4 v_5 \in E(G_2)$$

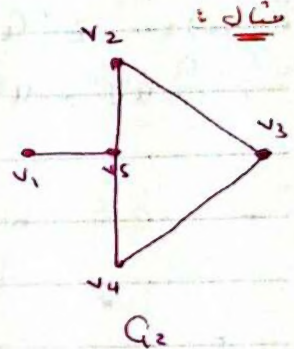
$$V(G) = V(G_1) = V(G_2)$$

مجموعتي لأضلاع

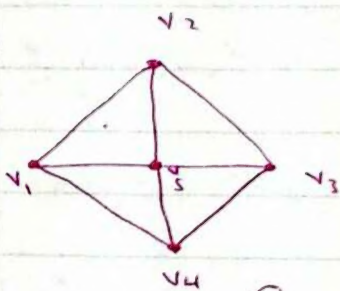
$$E(G) = E(G_1) \cup E(G_2)$$



G_1



G_2



$$G = G_1 \oplus G_2$$

أضلاع البيان الأول

أضلاع البيان الثاني

ونفس الأضلاع

البيانان لايزوجان (لتماثلان):

تكون، ببساطة، G_1 و G_2 ايزومورفيان

(متماثلان) إذا وجد تقابل Φ (قاي) بين

مجموعتي الرؤوس $V(G_1)$ و $V(G_2)$ بما حفظ على

التجاور وهذا يعني أنه من أجل أي رأسين

$u, v \in V(G_1)$ يتحقق الشرط التالي:

إذا كان $e = uv \in E(G_1)$ فنحن نجد

$$\Phi(u) \Phi(v) \in E(G_2)$$

عندئذ نقول أن G_1 تماثل G_2 ونكتب

$$G_1 \cong G_2$$

ب

نصف مصفوفة A بالشكل:

$$A = \begin{matrix} & v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ \begin{matrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_4 \\ v_5 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

وهذه المصفوفة هي مصفوفة متناظرة وبالتالي

لتكديان G مصفوفة مربعة متناظرة عناصرها

أعداد صحيحة غير سالبة وبالتالي كل مصفوفة

مربعة متناظرة من الأعداد الصحيحة غير سالبة

تكون مصفوفة مجاورة بيانها

إذا كان البيان B عندئذ عناصر مصفوفة

$A[G]$ مكونة من الأعداد 0 و 1

2- مصفوفة المجاورة للأقلاع:

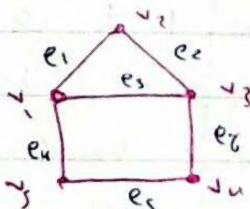
مصفوفة مربعة من الأعداد

معروفة بالشكل

$$M[G] = [m; n]$$

وعناصرها تعرف بالشكل:

$$M[G] = \begin{cases} 1 & \text{إذا كان } e_i, e_j \text{ من نفس الحافة} \\ 0 & \text{إذا كان } e_i, e_j \text{ من حافتين مختلفتين} \end{cases}$$



مثال

$$e = v_5 v_6 \in E(G_1) \Rightarrow \phi(v_5) \phi(v_6) =$$

$$v_7 v_8 \in E(G_2)$$

$$e = v_7 v_8 \in E(G_1) \Rightarrow \phi(v_7) \phi(v_8) =$$

$$v_3 v_2 \in E(G_2)$$

$$G_1 \cong G_2 \text{ وبالتالي}$$

البيانان لهما نفس

نقولهم البيانان G_1, G_2 لهما نفس

إذا كان $v(G_1) = v(G_2)$ و $E(G_1) = E(G_2)$

البيانان والمصفوفات

يمكن في الواقع استخدام المصفوفات لتمثيل البيانان

وذلك لتوضيح العلاقة بين الرؤوس وكذلك

العلاقة بين الحواف وبين الرؤوس والحواف

ليكن لدينا البيان $G(V, E)$ له مجموعة الرؤوس

$$V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_p\}$$

$$E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_q\}$$

لتعرف المصفوفات التالية

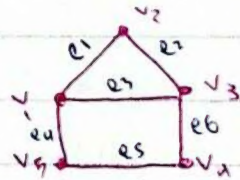
1- مصفوفة المجاورة: هي مصفوفة مربعة

من الأعداد $p \times p$ ومعروفة بالشكل:

$$A[G] = [a; n]$$

وعناصرها تعرف بالشكل

$$A[G] = \begin{cases} 0 & \text{إذا كان } i = j \\ \text{عدد الرؤوس التي لها صلة بين } v_i \text{ و } v_j & \text{إذا كان } i \neq j \end{cases}$$



مثال

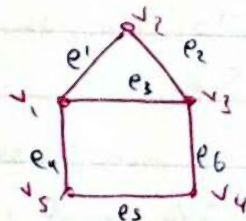
ملاحظة: إذا كان البيان G لا يتويج كامل
لفات (عروات) فان: مجموع عناصر كل مجموع
 $= 2$ لأن كل ضلع يتويج كلاً من رأسين
ومجموع عناصر كل ضلع = درجة الرأسين الموافق لذلك
الضلع (يمكن إثباته كونه مصفوفة $B[G]$)

(4) - مصفوفة الدرجة: هي مصفوفة مربعة مثلاً
 $P \times P$ ومعرفة بالشكل:

$$C[G] = [c_{ij}]$$

عناصرها تعطى بالشكل:

$$C[G] = \begin{cases} \text{درجة الرأس } i & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases}$$



مثال

$$C[G] = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 \\ v_1 & 3 & 0 & 0 & 0 \\ v_2 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 0 & 3 & 0 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 2 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$M[G] = \begin{bmatrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ e_1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ e_2 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ e_3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ e_4 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ e_5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ e_6 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

هذه مصفوفة غير مربعة متناظرة

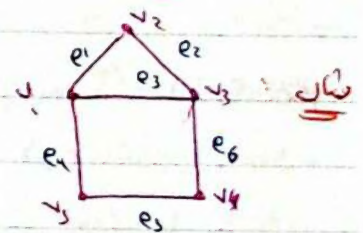
(3) - مصفوفة الاتصال:

هي مصفوفة مستطيلة مثلاً $P \times Q$
ومعرفة بالشكل:

$$B[G] = [b_{ij}]$$

عناصرها تعطى بالشكل:

$$B[G] = \begin{cases} 1 & \text{إذا كان الرأس } i \text{ يتويج بالضلع } j \\ 0 & \text{إذا كان الرأس } i \text{ لا يتويج بالضلع } j \end{cases}$$



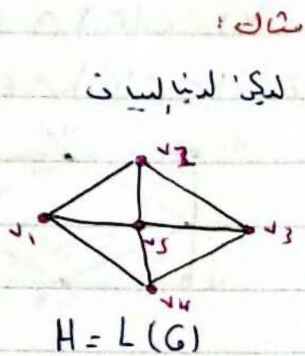
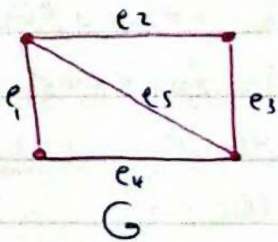
مثال

$$B[G] = \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & v_3 & v_4 & v_5 & v_6 \\ v_1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ v_2 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ v_3 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ v_4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ v_5 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V(G) = \{v_1, v_2, \dots, v_q\}$$

والتي هي مجموعة لبيان H ليكن متقول البيان G .

• يكون الرأس v_i من H إذا وفقط إذا كان e_i, e_j متجاوران في G .
 رنكيب $H = L(G)$



مبرهنة: إذا كان $G(V, E)$ بيان غير متاخر في عدته

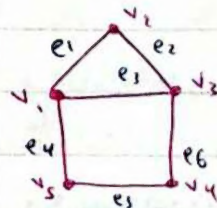
و متقول

$$B \times B^+ = A + C = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

بالاقتان ثبت هذه المصفوفة

التي تسمى $B \times B^+$ ونفسه $A + C$

• نلاحظ ما يلي:
 1- المصفوفة (الزنا) تتل من عناصر لقطر رئيسي في المصفوفة $B \times B^+$ أو $A + C$ هو درجة الرأس v_i في G .



12- المصفوفة G أي بقية العناصر بين حالتين:

13- إذا كان الرأس v_i من G متجاوران في G عند تيريوهده ضلع e_i من G .

فان المصفوفة 1 (الزنا) موجودة في المصفوفة $B \times B^+$

14- إذا كان الرأس v_i من G غير متجاور في G عند تيريوهده ضلع e_i من G ،
 لبيان G عند تيريوهده ضلع e_i من G (الزنا) $= 0$
 في المصفوفة $B \times B^+$

• البيان متقول لبيان:

لكن لدينا لبيان $G(V, E)$ لجموعة الأضلاع

$$E(G) = \{e_1, e_2, \dots, e_q\}$$

نضع مكان كل ضلع e_i برأس v_i فنحصل على

الرؤوس